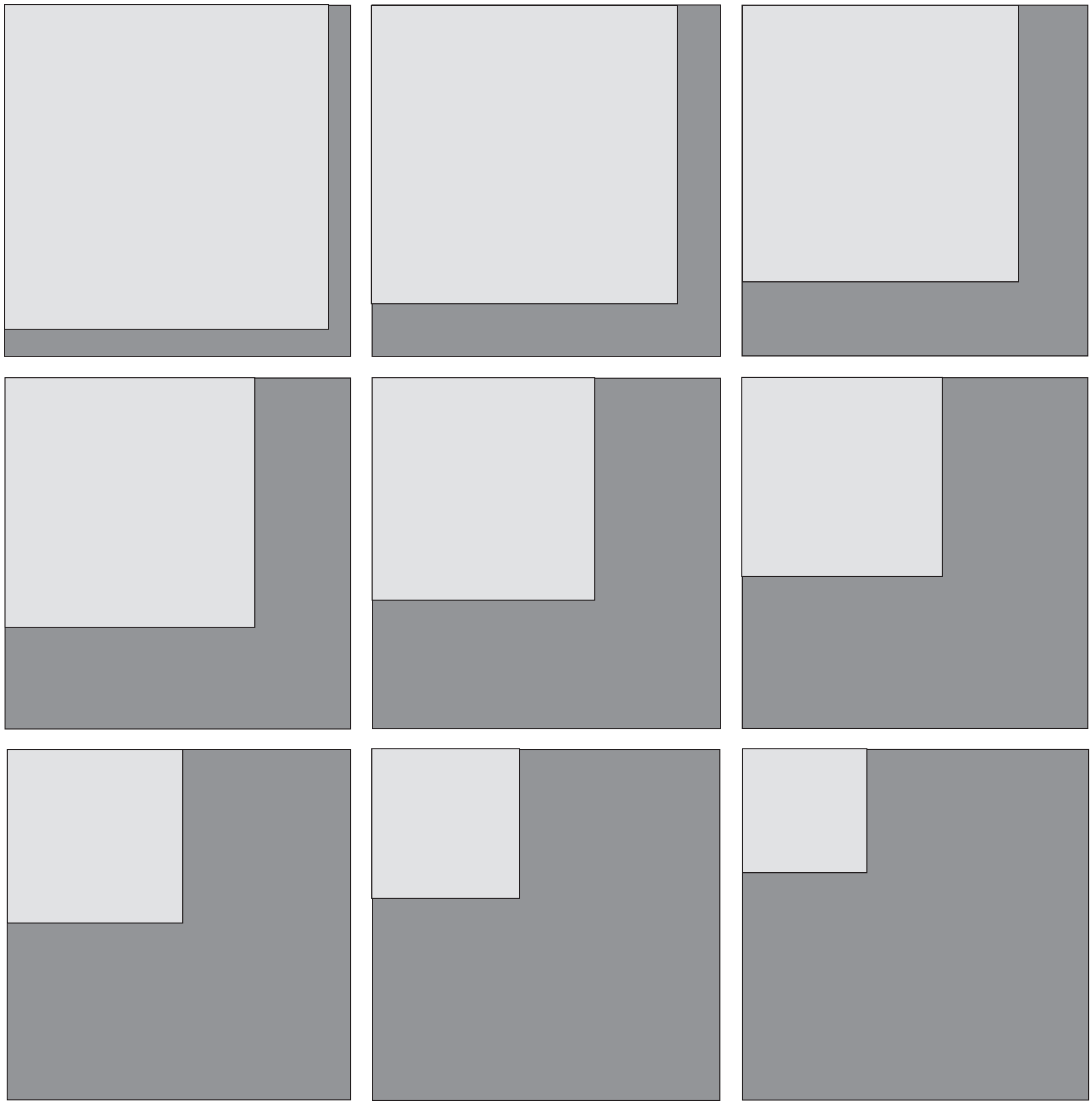
Colégio Bandeirantes



Física

Fascículo 04

Eliana S. de Souza Braga

Índice

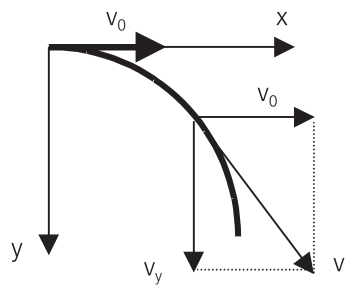
Choques, Lançamentos, Gravitação

Resumo Teórico 1
Exercícios.. 2
Gabarito.. 4

Choques, Lançamentos, Gravitação

Resumo Teórico

Lançamento horizontal



Movimento vertical = queda livre ($\alpha = g$) (eixo orientado para baixo)

$y = \dfrac{g \cdot t^2}{2}$ $\qquad v_y = g \cdot t$

Movimento horizontal = uniforme $x = v_0 \cdot t$

Lançamento vertical

Movimento Vertical = MUV ($\alpha = -g$)

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\theta \qquad \begin{cases} y = v_{0y} \cdot t - \dfrac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \\ vy = v_{0y} - g.t \\ vy^2 = v_{0y}{}^2 - 2 \cdot g \cdot h \end{cases}$$

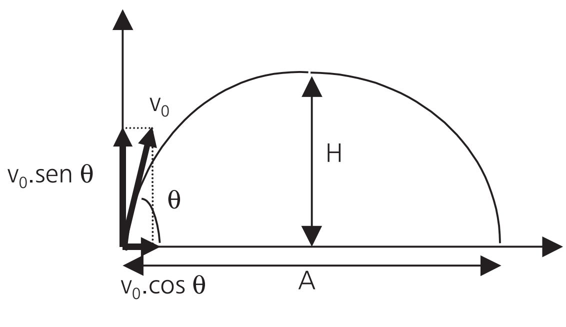
Movimento Horizontal = MU $\qquad x = v_{0x} \cdot t$

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta$

Altura Máxima : $H = \dfrac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\theta}{2 \cdot g}$

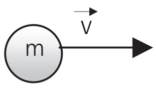
Alcance Horizontal: $A = \dfrac{v_0^2 \cdot \text{sen}2\theta}{g}$

Tempo de subida : $t_s = \dfrac{v_0}{g}$



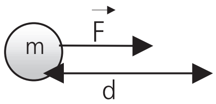
Choques

Quantidade de Movimento



$\vec{Q} = m \cdot \vec{v}$

Impulso de uma força



$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Teorema do Impulso $\quad \vec{I} = \Delta\vec{Q} = \vec{Q}_{depois} - \vec{Q}_{antes}$

Coeficiente de restituição $\quad e = \dfrac{\text{velocidade - relativa - de - afastamento (depois)}}{\text{velocidade - relativa - de - aproximação (antes)}}$

$e = 1$ choque perfeitamente elástico ($Ec_{antes} = Ec_{depois}$)

$0 < e < 1$ choque parcialmente elástico ($Ec_a < Ec_d$)

$e = 0$ choque perfeitamente inelástico ($Ec_a << Ec_d$)

Qualquer choque, sempre $\quad \vec{Q}_{depois} = \vec{Q}_{antes}$

Gravitação

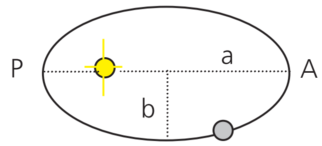
Lei das órbitas: As órbitas dos planetas em torno do Sol são elípticas estando o Sol em um dos focos.

P = periélio (ponto mais perto do Sol)

A = afélio (ponto mais afastado do Sol)

a = semi eixo maior = raio médio da órbita

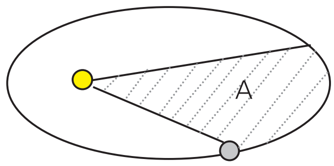
b= semi eixo menor



Lei das Áreas: O segmento imaginário que une o Sol ao planeta varre áreas proporcionais aos tempos gastos em descrevê-las.

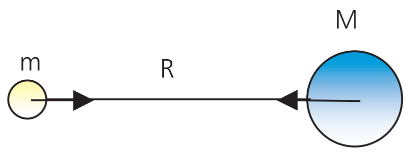
Os planetas são mais velozes quando próximos do Sol e mais lentos quando estão afastados.

Velocidade areolar do planeta : $k = \dfrac{A}{\Delta t}$



Lei dos Períodos: O quadrado do período de revolução de um planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo do raio $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM} \cdot r$ médio de sua órbita, sendo a constante de proporcionalidade dependente da massa do Sol.

Lei de Newton: $F = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{R^2}$

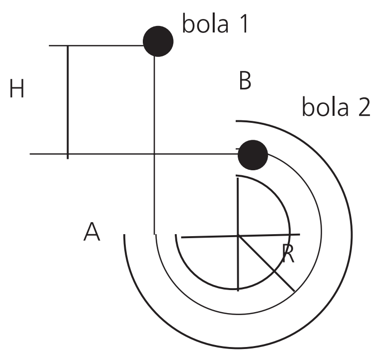


Aceleração da gravidade:
$$\begin{cases} \text{Na superfície da Terra: } g = \dfrac{GM}{R_T^2} \\ \text{Na altura h em relação à superfície: } g = \dfrac{G \cdot M}{(R_T + h)^2} \end{cases}$$

Velocidade de satélite em órbita circular: $v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{R_T + h}}$

Exercícios

01. (FUVEST-98 – 2.a fase) Um brinquedo é constituído por um cano (tubo) em forma de ¾ de arco de circunferência, de raio médio R, posicionado num plano vertical, como mostra a figura. O desafio é fazer com que a bola 1, ao ser abandonada de uma certa altura H acima da extremidade B, entre pelo cano em A, bata na bola 2 que se encontra parada em B, ficando nela grudada, e ambas atinjam juntas a extremidade A. As massas das bolas 1 e 2 são M_1 e M_2, respectivamente. Despreze os efeitos do ar e das forças de atrito.



a. Determinar a velocidade v com que as duas bolas grudadas devem sair da extremidade B do tubo para atingir a extremidade A.
b. Determine o valor de H para que o desafio seja vencido.

02. (FUVEST-98 – 2.a fase) Estamos no ano de 2095 e a “interplanetariamente” famosa FIFA (Federação Interplanetária de Futebol Amador) está organizando o Campeonato Interplanetário de Futebol, a se realizar em MARTE no ano 2100. Ficou estabelecido que o comprimento do campo deve corresponder à distância do chute de máximo alcance conseguido por um bom jogador. Na TERRA esta distância vale $L_T = 100$ m. Suponha que o jogo seja realizado numa atmosfera semelhante à da TERRA e que, como na TERRA, possamos desprezar os efeitos do ar, e ainda, que a máxima velocidade que um bom jogador consegue imprimir à bola seja igual à na TERRA. Suponha que $M_M / M_T = 0{,}1$ e $R_M / R_T = 0{,}5$, onde M_M e R_M são a massa e o raio de MARTE e M_T e R_T são a massa e o raio da TERRA.

a. Determine a razão g_M / g_T entre os valores da aceleração da gravidade em MARTE e na TERRA.
b. Determine o valor aproximado L_M, em metros, do comprimento do campo em MARTE.
c. Determine o valor aproximado do tempo t_M, em segundos, gasto pela bola, em um chute de máximo alcance, para atravessar o campo em MARTE. (Adote $g_T = 10$ m/s^2)

03. (FUVEST-2000) No Sistema Solar o planeta Saturno tem massa cerca de 100 vezes maior do que a da Terra e descreve uma órbita , em torno do Sol, a uma distância média 10 vezes maior do que a distância média da Terra ao Sol (valores aproximados) . A razão (F_{Sat} / F_T) entre a força gravitacional com que o Sol atrai Saturno e a força gravitacional com que o Sol atrai a Terra é de aproximadamente:

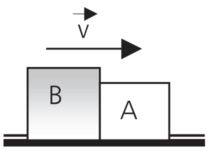
a. 1000
b. 10
c. 1
d. 0,1
e. 0,001

04. (FGV- junho 2000) O choque de um automóvel a 144 km/h contra um muro equivale a deixar cair o mesmo veículo de que altura? (Considerando g = 10 m/s^2 e nula a resistência do ar)

a. 14,4 m
b. 144 m
c. 80 m
d. 12 m
e. 100 m

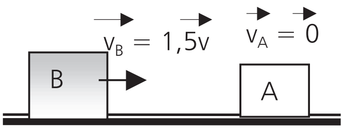
05. (FUVEST-98 – 1.a fase) Sobre uma mesa horizontal de atrito desprezível, dois blocos A e B de massas m e 2m, respectivamente, movendo-se ao longo de uma reta, colidem um com o outro. Após a colisão, os blocos se mantêm unidos e deslocam-se para a direita com velocidade $\vec{v}$, como indicado na figura.

depois da colisão

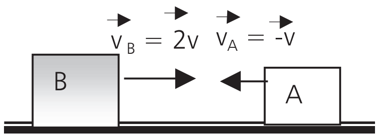


O **único** esquema que **não** pode representar os movimentos dos dois blocos antes da colisão é:

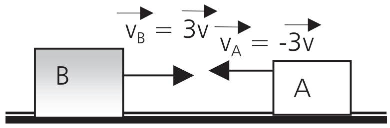
a.



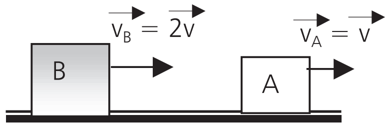
b.



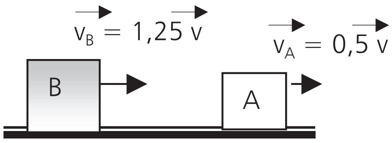
c.



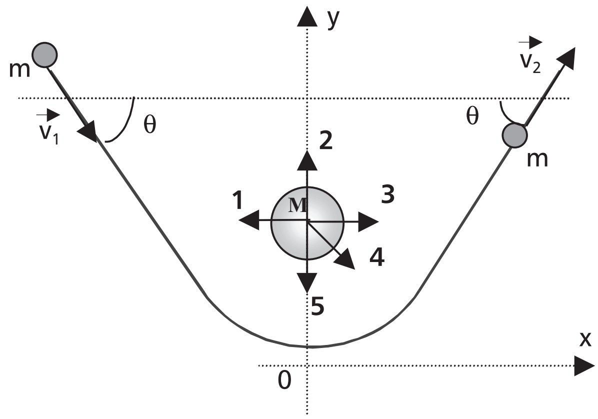
d.



e.



06. (FUVEST-99) Um meteorito, de massa m muito menor que a massa da Terra, dela se aproxima, seguindo a trajetória indicada na figura. Inicialmente, bem longe da Terra, podemos supor que sua trajetória seja retilínea e sua velocidade $\vec{v}_1$. Devido à atração gravitacional da Terra, o meteorito faz uma curva em torno dela e escapa para o espaço sem se chocar com a superfície terrestre. Quando se afasta suficientemente da Terra atinge uma velocidade final v_2 de forma que, aproximadamente, $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$, podendo sua trajetória ser novamente considerada retilínea. Ox e Oy são os eixos de um sistema de referência inercial, no qual a Terra está inicialmente em repouso. Podemos afirmar que a direção e sentido da quantidade de movimento adquirida pela Terra são indicados aproximadamente pela seta:

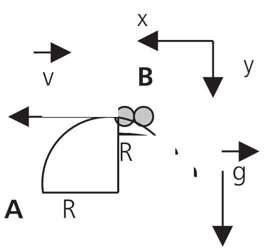


a. 1 b. 2 c. 3 d. 4 e. 5

Gabarito

01.

a. Para que as bolinhas ao saírem de B atinjam A, temos um lançamento horizontal em B, com altura y = R e alcance x = R. No eixo y, $v_{0y} = 0$; e $s_0 = 0$ tanto no eixo x quanto no y.



No eixo y (MUV): $y = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$$R = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2R}}{\sqrt{g}}$$

No eixo x (MU) : $x = s_0 + v \cdot t$

$$R = v \cdot \frac{\sqrt{2R}}{\sqrt{g}} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{Rg}{2}}}$$

velocidade das duas bolinhas grudadas após o choque.

b. No choque, perfeitamente inelástico, da bolinha 1 com a bolinha 2, a velocidade da bola 1 antes do choque é dada por: (a bolinha 2 se encontra parada em B)

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois} \quad \Rightarrow \quad M_1\, v_1 = (M_1 + M_2)\, v \quad \Rightarrow \quad M_1\, v_1 = (M_1 + M_2)\sqrt{\frac{Rg}{2}}$$

$$v_1 = \frac{(M_1 + M_2)}{M_1} \cdot \sqrt{\frac{Rg}{2}}$$

Durante a queda da bola 1, o sistema é conservativo. Adotando a energia potencial nula em B, temos:

$$E_{mec\ inicial} = E_{mec\ final} \Rightarrow M_1\, g\, H = \frac{M_1\, v_1^{\,2}}{2} \Rightarrow 2\, g\, H = v_1^{\,2}$$

$$2\, g\, H = \frac{(M_1 + M_2)^2\, R\, g}{M_1^{\,2} \quad 2}$$

$$H = \frac{(M_1 + M_2)^2}{M_1^{\,2}} \cdot \frac{R}{4}$$

$$\boxed{H = \left(\frac{M_1 + M_2}{M_1}\right)^2 \cdot \frac{R}{4}}$$

Dica:

a. Para que as bolinhas ao saírem de B atinjam A, temos um lançamento horizontal em B, com altura $y = R$ e alcance $x = R$. No eixo y, $v_{0y} = 0$ e $s_0 = 0$ tanto no eixo x quanto no y. No eixo y o movimento é um MUV com aceleração g e no eixo x o movimento é um MU com a velocidade v.

b. No choque perfeitamente inelástico da bolinha 1 com a bolinha 2, você deve usar o princípio da conservação da quantidade de movimento para descobrir a velocidade da bolinha 1 antes do choque. Até o instante do choque a energia da bolinha 1 é conservada, sendo apenas transformada de energia potencial gravitacional em energia cinética. Utilizando o princípio da conservação da energia, você acha a altura H.

02.

a. A aceleração da gravidade na superfície de um planeta é dada por: $g = \dfrac{G \cdot M}{R^2}$

De modo que a razão g_M / g_T é dada por:

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{\dfrac{G \cdot M_M}{R_M^2}}{\dfrac{G \cdot M_T}{R_T^2}} = \frac{G \cdot M_M}{R_M^2} \cdot \frac{R_T^2}{G \cdot M_T} = \frac{M_M}{M_T} \cdot \left(\frac{R_T}{R_M}\right)^2 = 0{,}1 \cdot \left(\frac{1}{0{,}5}\right)^2 = \frac{0{,}1}{0{,}25} = 0{,}4$$

$$\frac{g_M}{g_T} = 0{,}4$$

b.

- Se você se lembrar da fórmula do alcance: $A = \dfrac{v_0^2 \cdot \text{sen} 2\theta}{g}$

  E sabendo que o alcance é máximo quando o ângulo de tiro é $\theta = 45^o$, de modo que $\text{sen}\ 2\,\theta = \text{sen}\ 90^o = 1$, temos que:

  $$L = \frac{v_0^2}{g}$$

  $\dfrac{L_M}{L_T} = \dfrac{\dfrac{v_0^2}{g_M}}{\dfrac{v_0^2}{g_T}}$ e como a velocidade v_0 é a mesma em Marte ou na Terra, temos:

$$L_M = L_T \cdot \frac{g}{g_M} = 100 \cdot \frac{1}{0,4} = 250m$$

- Se você não se lembrar da fórmula do alcance, então você deve calcular o tempo de subida, lembrando que no ponto de altura máxima a velocidade no eixo y (vertical) é zero:

  $v_y = v_{0y} - g \cdot t$

  $0 = v_0.\ \text{sen } 45^o - g \cdot t_{sub}$ $\qquad g \cdot t_{sub} = v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad t_{sub} = v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2g}$

  O tempo total do movimento é o dobro do tempo de subida: $t = 2 \cdot v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2g}$ $\qquad t = v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

  O alcance é o quanto a bola anda no eixo x (horizontal) durante o tempo total do movimento, e como na horizontal não há aceleração, o movimento é uniforme e $s\Delta = v \cdot \Delta t$

  $A = v_{0x} \cdot t$ $\qquad L = v_0 \cdot \cos 45^o \cdot t$ $\qquad L = v_0 \cdot \cos 45^o \cdot v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{g}$

  $$L = v_0^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{g} = \frac{v_0^2}{g}$$

  $$L = \frac{v_0^2}{g}$$

  $\dfrac{L_M}{L_T} = \dfrac{\frac{v_0^2}{g_M}}{\frac{v_0^2}{g_T}}$ e como a velocidade v_0 é a mesma em Marte ou na Terra, temos:

  $$L_M = L_T \cdot \frac{g}{g_M} = 100 \cdot \frac{1}{0,4} = 250m$$

c. Como $\frac{g_M}{g_T} = 0,4$ $\qquad \frac{g_M}{10} = 0,4$ $\qquad g_M = 4\ m/s^2$

$$\text{E já que } L = \frac{v_0^2}{g} \begin{cases} \text{em Marte: } 250 = \frac{v_0^2}{4} & v_0^2 = 1000 \quad v_0 = 10\sqrt{10}\ m/s \\ \text{ou} & \\ \text{naTerra: } 100 = \frac{v_0^2}{4} & v_0^2 = 1000 \quad v_0 = 10\sqrt{10}\ m/s \end{cases}$$

O tempo total do movimento é o dobro do tempo de subida: $t = 2 \cdot v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2g}$ $\qquad t = v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$t_M = 10\sqrt{10} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{10}{4} \cdot \sqrt{20} = \frac{5}{2} \cdot 2\sqrt{5}$$
$$t_M = 5\sqrt{5}\ s \approx 11,2\ s$$

Dica:

a. A aceleração da gravidade na superfície de um planeta é dada por: $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{\frac{G \cdot M_M}{R_M^2}}{\frac{G \cdot M_T}{R_T^2}} = \frac{G \cdot M_M}{R_M^2} \cdot \frac{R_T^2}{G \cdot M_T} = \frac{M_M}{M_T} \cdot \left(\frac{R_T}{R_M}\right)^2$$

b. Se você se lembrar da fórmula do alcance: $A = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}2\theta}{g}$

E sabendo que o alcance é máximo quando o ângulo de tiro é $= 45°$, de modo que sen 2 θ = sen 90° = 1, temos que:

$$L = \frac{v_0^2}{g}$$

Se você não se lembrar da fórmula do alcance, então você deve calcular o tempo de subida, lembrando que no ponto de altura máxima a velocidade no eixo y (vertical) é zero, e que o movimento é um MUV.

O tempo total do movimento é o dobro do tempo de subida.

O alcance é o quanto a bola anda no eixo x (horizontal) durante o tempo total do movimento, e como na horizontal não há aceleração, o movimento é uniforme e $s\Delta = v \cdot \Delta t$

Não tem importância se você não conhecer o valor de v_0 (velocidade inicial do chute) pois ele é o mesmo em MARTE ou na TERRA.

c. Você deve calcular o tempo de subida, lembrando que no ponto de altura máxima a velocidade no eixo y (vertical) é zero, e que o movimento é um MUV.

O tempo total do movimento é o dobro do tempo de subida.

Agora você deve calcular o valor de v_0, substituindo os valores de L e g , na fórmula do alcance do item b.

03. Alternativa c

$m_{Sat} = 100.m_T$ e $R_{Sat} = 10.\ R_T$

$$F = L \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$F_{sat} = G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{sat}}{R_{sat}^2} = G \cdot \frac{M_{sol} \cdot 100 \cdot m_T}{(10 \cdot R)^2} = G \cdot \frac{100 \cdot M_{sol} \cdot m_T}{100 \cdot R_T^2}$$

$$F_{sat} = G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{sat}}{R_T^2} = F_T$$

$$F_{sat} = F_T \ \frac{F_{sat}}{F_T} \therefore = 1$$

04. Alternativa c

Para que a energia cinética com que o automóvel bate no muro seja a mesma energia com que ele cai de uma altura h, temos:

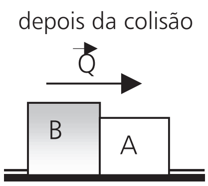
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h \qquad v = \frac{144}{3{,}6} = 40 \text{ m/s}$$

$$\frac{40^2}{2} = 10\ h \qquad h = \frac{1600}{20} = 80 \text{ m}$$

05. Alternativa : d

Considera-se, durante um choque, o sistema de corpos que se chocam, isolado de forças externas. Relembrando o conceito: Considera-se um sistema isolado de forças externas quando: I) não há forças externas ao sistema atuando nos corpos, ou II) há forças externas ao sistema atuando nos corpos, mas a resultante dessas forças é zero, ou III) as forças internas que atuam são muito maiores que as forças externas (que é o caso dos choques, onde os corpos trocam forças internas ao sistema que são muito maiores que as forças externas).

Quando o sistema é isolado de forças externas, a quantidade de movimento imediatamente antes do choque é igual à quantidade de movimento imediatamente depois do choque. Após a colisão, a quantidade de movimento do conjunto é :



$\vec{Q}_{depois} = m_A.\vec{v}_A + m_B.\vec{v}_B$

$Q_{depois} = (m + 2m).v$

$\vec{Q}_{depois} = 3m\vec{v} = \vec{Q}_{antes}$, horizontal e para a direita.

a. $Q_{antes} = m \cdot 0 + 2m \cdot (1{,}5v) = 3mv$
b. $Q_{antes} = m \cdot (-v) + 2m \cdot (2v) = 3mv$
c. $Q_{antes} = m \cdot (-3v) + 2m \cdot (3v) = 3mv$
d. $Q_{antes} = m \cdot v + 2m \cdot (2v) = 5mv$ Este não pode ser.
e. $Q_{antes} = m \cdot (0{,}5v) + 2m \cdot (1{,}25v) = 3mv$

Dica:

Considera-se, durante um choque, o sistema de corpos que se chocam, isolado de forças externas. Relembrando o conceito: Considera-se um sistema isolado de forças externas quando: I) não há forças externas ao sistema atuando nos corpos, ou II) há forças externas ao sistema atuando nos corpos, mas a resultante dessas forças é zero, ou III) as forças internas que atuam são muito maiores que as forças externas (que é o caso dos choques, onde os corpos trocam forças internas ao sistema que são muito maiores que as forças externas).

Quando o sistema é isolado de forças externas, a quantidade de movimento imediatamente antes do choque é igual à quantidade de movimento imediatamente depois do choque. Após a colisão, a quantidade de movimento do conjunto é:

$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois} = 3m\vec{v}$, horizontal e para a direita

06. Alternativa e

Sendo o sistema meteorito + Terra isolado de forças externas, podemos escrever que:

$\vec{Q}_{do\ conjunto\ antes} = \vec{Q}_{do\ conjunto\ depois}$

$\vec{Q}_{met\ antes} + \vec{Q}_{T\ antes} = \vec{Q}_{met\ depois} + \vec{Q}_{T\ depois}$

$\vec{Q}_{met\ antes} - \vec{Q}_{met\ depois} = \vec{Q}_{T\ depois} - \cancelto{0}{\vec{Q}_{T\ antes}}$